



## EKSTRIMAL MASALALAR VA ULARNING YECHILISH USULLARI

Sobirova Subinsoxon Muhsinjon qizi  
QDPI 1-kurs magistranti

### Annotatsiya

Ushbu maqolada matematika fanida o'quvchilarni murakkab ekstrimal masalalarni yechishdagi usullar tahlil etiladi.

**Kalit so'zlar:** matematika, ekstrimal masala, usullar.

Biror miqdorning eng katta va eng kichik qiymatini topish va bunday qiymatlar qanday shartlar bajarilganda mavjud bo'lishini aniqlash talab qilingan masalalarni "ekstremumga oid" (ekstremal masalalar) masalalar deb ataladi (lotincha "extremum"- "chekka"). Bunday masalalarni "maksimum" va "minimum" (lotincha "maximum" va "minimum" – mos xollarda "eng katta" va "eng kichik")ga oid masalalar deb xam ataladi. Bunday masalalar texnika va tabiatshunoslikda, insonlarning kundalik faoliyatida tez-tez uchraydi.

Tengsizliklar yordamida yechiladigan ekstremal masalalar tahlil qilamiz. Berilgan yumaloq to'sindan ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan to'sin kesish talab qilinadi. To'sin gorizantal xolatda imkoniyat boricha eng ko'p og'irlikni ko'tarishi uchun kesim o'lchovlari qanday bo'lishi kerak?, bir xil yuzli to'g'ri to'rtburchaklar orasida perimetri eng kichik figura qanday to'rtburchak bo'ladi?, Daryo bo'yida nasos o'rnatish uchun shunday joy tanlash kerakki, undan 2 ta A va B qishloqlarga o'tkaziladigan vodoprovod trubalarining uzunligi eng qisqa bo'lsin.

Bunday amaliy ahamiyatga ega masalalarni dastlab geometrik ko'rinishga ko'chiriladi. Geometrik ko'rinishdagi masalalarni yechish esa qiyinchilik tug'dirmaydi. Eng sodda va qadimgi geometrik masalalardan biri, perimetri ma'lum va bir xil bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklar orasida qaysi birining yuzasi eng katta ekanligini aniqlash masalasi bo'lib, uni odatda izoperimetrik masala deb yuritiladi.

Ekstremumga oid geometrik masalalarni yechishning asosiy usullaridan biri tengsizliklarni, xususan o'rta arifmetik va o'rta geometrik xaqidagi tengsizlikni qo'llashdan iboratdir. Teorema. n ta manfiy bo'lmagan sonlarning o'rta arifmetigi shu sonlarning o'rta geometrigidan kichik emas: Bu yerda tenglik belgisi shartda bajariladi. Isbot. To'la induksiya usulidan foydalanamiz. n=2 bo'lganda yuqoridagi fikrni to'g'riligini ko'rsatamiz, ya'ni.

Demak, (1) tengsizlik n=2 da to'g'ri ekan. Bu yerda xam tenglik  $x_1=x_2$  shartda bajariladi. Kvadrat uchxad yordamida yechiladigan ekstremal masalalar Ekstremumga oid masalalarni yechishda foydalanish mumkin bo'lgan elementar usullardan yana biri kvadrat uchxadning xossalardan foydalanishdan iborat.

Teorema.  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) kvadrat uchxad a o'zining eng katta qiymatiga bo'lganda erishadi. Isbot:  $y=ax^2+bx+c$ . a ga teng eng katta qiymatga erishadi. Ekstremal masalalarni yechishda qo'llash mumkin bo'lgan usullardan yana biri ko'paytmaning maksimumi va yig'indining minimumi xaqidagi



teoremalardan

foydalanishdir.

**Teorema.** Yig'indisi o'zgarmas bo'lgan  $n$  ta musbat ko'paytuvchilarning ko'paytmasi shu ko'paytuvchilar o'zaro teng bo'lganda eng katta qiymatga erishadi. Isbot: aytaylik  $n$  ta musbat  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  sonlarning yig'indisi o'zgarmas bo'lsin. Uni  $S$  bilan belgilaymiz. U holda yoki Bu yerdagi tenglik belgisi qo'shiluvchilar o'zaro teng bo'lganda, ya'ni har biri ga teng bo'lganda bajariladi. Qolgan barcha hollarda ko'paytma o'zgarmas sondan kichik bo'ladi. Demak, son ko'paytmaning eng katta qiymati bo'ladi.

**Isbot.** Aytaylik  $n$  ta manfiy mas ko'paytuvchilarning ko'paytmasi o'zgarmas  $P$  ga teng bo'lsin. U holda va bu yerdagi tenglik belgisi har bir ko'paytuvchi o'zaro teng ya'ni bo'lganda bajariladi, qolgan hollarda esa yig'indi dan katta bo'ladi. Shunday qilib yig'indining eng kichik qiymati ga teng va u har bir qo'shiluvchi ga teng bo'lganda ro'y beradi.

**Teorema.** Ko'paytmasi o'zgarmas bo'lgan  $n$  ta musbat qo'shiluvchilarning yig'indisi o'zining eng kichik qiymatiga ko'paytuvchilar o'zaro teng bo'lganda erishadi. Ma'lumki biror miqdorning eng katta va eng kichik qiymatini topish va bunday qiymatlar qanday shakllar bajarilganda mavjud bo'lishini aniqlash ta'lab qilingan masalalar amaliyotda tez-tez uchrab turadi. Bunday masalalarni yechish bilan qadimdan ya'ni, kishilik jamiyati paydo bo'lgan dastlabki davrdan boshlab ko'plab matematiklar shug'ullanishgan. Bunday matematiklar va ularning ekstremal masalalarning yechishning elementar usullari haqida ushbu bobda yetarlicha ma'lumotlar keltirilgan.

Yuqorida ekstremal masalarga insonlar o'z faoliyati davrida tez-tez duch kelishi mumkinligi ta'kidlangan hamda bunday masalalarni yechishning "tengsizliklardan foydalansh usuli", "kvadrat uchhadning hossalalaridan foydalanish usuli" va ko'paytmaning maksimumi va yig'indining minimumi haqidagi teoremalardan foydalanish usullarining mazmun mohiyati ochib berilgan.

Endi biz miqdorlarning eng kichik va eng katta qiymatlarini izlashda matematik analizning fundamental tushunchalaridan hisoblangan hosila tushunchasidan foydalanish mumkinligini bayon qilamiz. Bunda biz dastlab funksiyaning maksimumi va minimumi haqidagi ta'riflarni keltiramiz.

**Ta'rif.** Agar  $y=f(x)$  funksiyaning aniqlanish sohasidan olingan  $x=x_0$  nuqtaning shunday  $x_0-\delta; x_0+\delta$  ( $\delta>0$ ) atrofini topish mumkin bo'lsaki bu atrofdagi barcha  $x \neq x_0$  lar uchun  $f(x)>f(x_0)$  tengsizlik bajarilsa, u holda  $y=f(x)$  funksiya  $x=x_0$  nuqtada minimumga ega deyiladi. Bunda  $x_0$  nuqtani funksiyaning minimum nuqtasi,  $f(x_0)$  qiymat esa  $y=f(x)$  funksiyaning  $x_0$  nuqtadagi minimum qiymati deyiladi.

**Funksiyaning ekstremumlari.** Agar  $x=x_0$  nuqta funksiya uchun ekstremum nuqta bo'lsa, bu nuqtada xosila mavjud bo'lsa, bu xosila  $x=x_0$  nuqtada nolga teng bo'ladi, ya'ni bo'ladi. Isbot. Aniqlik uchun  $x_0$  nuqtani maksimum nuqta deb lamiz va teoremani teskarisiga faraz qilish yo'li bilan isbolaymiz. Aytaylik bo'lsin. U holda quyidagi ikki xol bo'lishi mumkin: 1. bo'lsin. U holda bizga ma'lum bo'lgan teoreмага ko'ra shunday mavjud bo'ladiki,  $(x_0; x_0+)$  oraliqdagi barcha  $x$  lar uchun tengsizlik bajariladi. Bu tengsizlik  $x_0$  nuqtaning maksimum nuqta bo'lishiga zidlik qiladi. Bundan esa tengsizlikning noto'g'ri ekani kelib chiqadi. 2. bo'lsin.

Bu holda ilgaridan bizga ma'lum bo'lgan teoreмага asosan shunday son mavjud bo'ladiki, (oraliqdagi barcha  $x$  nuqtalar uchun tengsizlik bajariladi. Bu esa  $x_0$  nuqtaning maksimum nuqta bo'lishiga zidlik qiladi. Bundan esa tengsizlikning noto'g'ri ekanligi kelib chiqadi.



Shunday qilib, funksiyaning maksimum nuqtasida xosila noldan katta xam noldan kichik xam bo'la olmaydi. Demak, xo nuqta minimum nuqta bo'lgan hol uchun xam xuddi shunday isbot qilinadi.

## **Foydalanilgan Adabiyotlar Ro'yhati**

1. Jumayev M.E. „Matematika o'qitish metodikasidan praktikum“- Toshkent.: O'qituvchi, 2004
2. Azizxodjayeva N.H “Pedagogik texnologiya va pedagogik maxorat”- Toshkent.: TDPU, 2003
3. Jumayev M.E. va boshqalar. Matematika o'qitish metodikasi (kasb-hunar kollejlari o'quvchilari uchun o'quv qo'llanma) – T.: ”Ilm-Ziyo”, 2003